L' EUCLIDE DEVE ESSERE BANDITO DALLE SCUOLE CLASSICHE OPUSCOLO DI...

Rinaldo Marcucci Ricciarelli

L'EUCLIDE

DEVE ESSERE BANDITO DALLE SCUOLE CLASSICHE

OPUSCOLO

DI

RINALDO MARCUCCI RICCIARELLI

DEDICATO

A

SUA ECCELLENZA

IL SIGNOR COMMENDATORE

CESARE CORRENTI

Ministro della Pubblica Istruzione

IN ROMA

PERUGIA
TIPO-LITOGRAFIA DI G. BONCOMPAGNI E C.i

1871.

L' EUCLIDE

DEVE ESSERE BANDITO DALLE SCUOLE CLASSICHE

OPUSCOLO

DI

RINALDO MARCUCCI RICCIARELLI

DEDICATO

A

SUA ECCELLENZA

IL SIGNOR COMMENDATORE

CESARE CORRENTI

Ministro della Pubblica Istruzione

IN ROMA

PERUGIA

TIPO-LITOGRAFIA DI G. BONCOMPAGNI E C.[i]

1871.

ECCELLENZA,

Non saprei a chi meglio che a Voi, Eccellenza, dedicare questo mio tenue lavoro; a Voi adunque tutto lo consacro e raccomando; a Voi, destinato dalla Provvidenza a dare un nuovo impulso al progresso scientifico e letterario, in questa vasta e risorta Nazione, rivolgo i miei pensieri rapporto alla Geometria di Euclide.

Io sono certo che, assoggettati al savio giudizio dell'Eccellenza Vostra, risulteranno proficui e bastanti onde porre fine a tante cicalate *e vergognose* polemiche *che, da qualche anno, infettano i giornali italiani.*

Le controversie nelle scienze, nelle lettere e nelle arti, lorchè sono mosse da nobili principii, conducono a buon porto; ma se da animosità personali sono spinte, perdono la fede pubblica, e sono causa di funeste conseguenze.

Si combatta adunque la Geometria di Euclide. *Si dimostri che questa, se fu un* gran libro *per i tempi passati, è incompatibile ai nostri dì;*

ma si conservi integra la fama dei due distintissimi Matematici che, non ha guari, lo proposero per testo nelle scuole ginnasiali e liceali, non per mala fede, come malignamente si vorrebbe far credere, ma perchè ingannati da un principio che invase la mente di matematici anche di maggior grido dei due precedenti.

Dopo ciò, prego l'Eccellenza Vostra ad aggradire il presente mio Opuscolo, che Le consacro in senso di quell'alta stima con chè mi pregio dichiararmi

Dell'Eccellenza Vostra

Perugia, 30 luglio 1871.

U.mo e D.mo Servitore
RINALDO MARCUCCI RICCIARELLI.

Prima di esporre il mio parere riguardo alla *Geometria di Euclide*, credo opportuno prendere ad esame le più logiche e forti opposizioni che sonosi fatte a quest'opera, *nel suo essere sublime, avuto riguardo all'epoca ond'ebbe origine*, da uomini profondi conoscitori non solo delle matematiche dottrine, ma eziandio della tanto interessante parte didascalica, tra i quali mi è grato comprendere l'illustre professore signor Sebastiano Purgotti, che ha consacrato tre opuscoli contro la *Geometria di Euclide.*

La più forte opposizione che egli fa è sulla definizione 5.ª del libro V.°; e a buon diritto, perchè su questa definizione poggiano tutti o quasi tutti i teoremi compresi in questo libro; e vari di quelli del libro seguente, che nel loro insieme formano tutta la vasta teoria delle proporzioni, che è il midollo delle matematiche discipline.

Io, meditando su quella, detta da Euclide *definizione*, e su quanto contro di questa vi ha scritto il chiarissimo professore Purgotti, diceva fra me e me: Se dessa è falsa, per falsi deb-

bono ritenersi i numerosi teoremi che su di essa poggiano: se quella proposizione non è una definizione, ma un teorema, come tale fu giudicata dal sommo Galileo, non essendo dall'*Euclide* dimostrato, indimostrati riescono pure i teoremi che basano su quello; e quindi il *libro quinto cesserebbe di aver vita scientifica.* Dopo questi riflessi, io diceva a me stesso: Come è possibile che un sommo geometra, qual è l'Euclide, che si è acquistata tanta celebrità presso tutti i sommi matematici che gli succedettero, abbia potuto commettere cotanto grave errore? e quindi per più fiate leggeva quella definizione; poscia, con quel coraggio, che, se manca, non si fa nulla nelle scienze, mi posi a spiegare, o, se vuolsi, a dimostrare quella proposizione.

Se io ci sono giunto avrò conservato a quel sommo *integra* la riputazione, lo che piacerà anche ai suoi oppositori. Se la mia dimostrazione sarà falsa, certo io non arrossirò nel riflesso che tanti uomini sommi ci hanno dato di naso, tra i quali, in appoggio ho il sommo Galileo.

La definizione 5.ª dell'*Euclide* è:

La ragione di una prima grandezza ad una seconda si dice essere uguale a quella di una terza ad una quarta, quando, prese della prima e della terza le ugualmente moltiplici secondo qualsivoglia numero, e della seconda e della quarta pure le ugualmente moltiplici secondo qualsivoglia numero, se la moltiplice della prima è maggiore della moltiplice della seconda, anche la moltiplice della terza sia maggiore della mol-

tiplice della quarta; se uguale, uguale; se minore, minore.

Per sviluppare questa proposizione, fisso quattro quantità a, b, c, d; prendo della prima e della terza lo stesso multiplo, per esempio, l'*emmuplo*, e rappresento con E, F questi due multipli; e così ottengo:

$$E = ma \dots (1);\ F = mc \dots (2).$$

Ora, prendo della seconda e quarta lo stesso multiplo, per esempio, l'*ennuplo;* rappresento con G, H questi multipli, ed ho:

$$G = nb \dots (3);\ H = nd \dots (4).$$

Posto:

1.° Che dall'essere

$$E = ma > G = nb$$

risulti

$$F = mc > H = nd,$$

dividendole con ordine si ha:

$$E/F = ma/mc > G/H = nb/nd;$$

ossia

$$E/F = a/c > G/H = b/d,$$

dalla quale si passa alla

$$E/G = a/b > F/H = c/d;$$

e siccome $E > G$, e $F > H$: dunque $a > b$, e $c > d$; e l'essere $a > b$, come $c > d$, ad Euclide piacque esprimer ciò colla frase:

La ragione di a a b è *uguale* a quella di c a d. Frase un poco equivoca, stando allo stretto significato attribuito dai matematici alla voce *ragione;* ma da tollerarsi ad Euclide che visse in un'epoca nella quale il linguaggio scientifico era appena in fiore.

Anche in Marie ed in Brunacci si trova il vocabolo *ragione* usato in doppio senso.

Posto:

2.° Che dall'essere

$$E = ma < G = nb$$

risulti

$$F = mc < H = nd;$$

dividendole con ordine, si ha:

$$E/F = ma/mc < G/H = nb/nd,$$

ossia

$$E/F = a/c < G/H = b/d;$$

dalla quale si passa alla,

$$E/G = a/b < F/H = c/d;$$

e siccome E $<$ G, e F $<$ H, segue che $a < b$, come $c < d$.

Ed anche in questo secondo caso, siccome a è minore di b, come c è minore di d, Euclide intese dire che la ragione di a a b è uguale a quella di c a d.

Posto:

3.° Che dall'essere

$$E = ma = G = nb$$

risulti

$$F = mc = H = nd;$$

dalle quali risultano

$$E/G = ma/nb = 1;\ F/H = mc/nd = 1;$$

dunque

$$ma/nb = mc/nd \ (1);$$

(1) In questa uguaglianza, se $m = n$, $a = b; c = d;$ se $m < n;\ a > b;\ c > d$: se $m > n;\ a < b;\ c < d$. — A mio credere, è questo il vero concetto inteso da Euclide.

onde

$$a/b = c/d.$$

Anche in questo terzo caso, siccome a è maggiore, o minore, o uguale a b, come c è maggiore, o minore, o uguale a d, Euclide disse che la ragione di a a b è uguale a quella di c a d.

Ora, riassumo i tre casi sovra sviluppati, dei quali il 1.° è

$$a/b > c/d;$$

o, che è lo stesso,

$$a : b > c : d;$$

la quale ci dice che, nel primo caso di Euclide, *la prima quantità sta alla seconda in maggior proporzione della terza alla quarta.*

Il 2.° è

$$a/b < c/d;$$

o, che è lo stesso,

$$a : b < c : d;$$

la quale ci dice che, nel terzo caso della 5.ª di Euclide; *la prima quantità sta alla seconda in minor proporzione della terza alla quarta.*

Il 3.° è

$$a/b = c/d;$$

o, che è lo stesso,

$$a : b = c : d;$$

la quale ci dice che, nel secondo caso della 5.ª di Euclide, *la prima quantità sta alla seconda nella stessa proporzione che la terza sta alla quarta.*

Dopo ciò, mi è dato concludere che la 5.ª

del V.° libro di Euclide è una proposizione magnifica, perchè comprende il concetto *proporzionalità* in tutta la sua generalità.

Se la mia interpetrazione e dimostrazione della 5.ª del V.° libro di Euclide verrà dai matematici riconosciuta per vera, il piedistallo dell'opposizione Purgottiana resta demolito, ed il V.° libro rimane integro; così, per questa parte, trionferebbero quei che vagheggiano il *lascia stare* l'Euclide per testo nello insegnamento classico.

Altre opposizioni, ma meno valevoli, all'Euclide dal ch. Purgotti sonosi fatte: meno valevoli dico, perchè sono più opposizioni di parole che di fatti; siccome non è mai venuto al concreto, non ha preso ad esame qualche teorema colla rispettiva dimostrazione, facendone vedere il difetto di metodo, o per eccessiva prolissità, o per mancanza di quell'ordine logico, tanto necessario in qualsiasi dimostrazione, ed anche più necessario nelle dimostrazioni dei teoremi geometrici.

Molta gravità io do però alla critica Purgottiana, allorchè parla contro la disposizione delle materie in molte parti della Geometria Euclidea.

Restringo ora il mio parere sulla critica fatta all'*Euclide* dal ch. professor Purgotti [1], e conchiudo:

Se verrà respinta la mia interpetrazione e

---

[1] Non parlo delle critiche fatte da altri autori, siccome le trovo conformi a quelle del Purgotti.

dimostrazione della 5.ª del V.° libro di Euclide, il professore Purgotti avrà trionfato in parte contro la Geometria di Euclide; ma se quella mia interpretazione e dimostrazione sarà accolta favorevolmente, farà d'uopo ricorrere a molto più valeveli prove per determinare il Ministero della pubblica istruzione a bandire dalle scuole la Geometria del greco Geometra.

Io sotto tre punti di vista prenderò ad esame la Geometria di Euclide.

1.° Intorno alla disposizione delle materie;

2.° Intorno al modo di dimostrare i teoremi;

3.° Nel considerare la Geometria di Euclide rapporto allo stato attuale della scienza.

ARTICOLO I.

Disposizione delle materie.

Prima di ogni altro mi sembra potere addebitare l'*Euclide*, perchè invano cerco nei suoi elementi cosa sia la geometria tanto nel suo significato etimologico che scientifico; ed in didascalica è ciò grave errore.

Il premettere ad ogni libro una serie ben lunga di postulati e definizioni, senza farne conoscere l'uso, è difetto di metodo: i giovani difficilmente le imparano, e, imparandole, le dimenticano prima di doverle richiamare per la

dimostrazione di qualchc teorema, o per la risoluzione di un problema.

Io non posso tollerare in Euclide il cominciare la geometria, dopo una noiosa filastrocca di postulati e definizioni, con tre problemi.

I problemi non sono che applicazioni dei teoremi, ossia, i teoremi formano la teoria della scienza, ed i problemi ne costituiscono la parte pratica: dunque questa debb' essere da quella preceduta. E poi vediamo quali siano questi problemi.

Il 1.° è:

Sovra una data retta finita [1], *costruire un triangolo equilatero.*

Appena ti ha dato, benigno lettore, l'idea del triangolo, ti fa passare alla costruzione dell'equilatero. Se poi ti piacesse ridere, leggi la risoluzione; e poscia ti apparirà un piccolo triangolo equilatero chiuso nello spazio di due buoni circoli che si tagliano.

Il 2.° è:

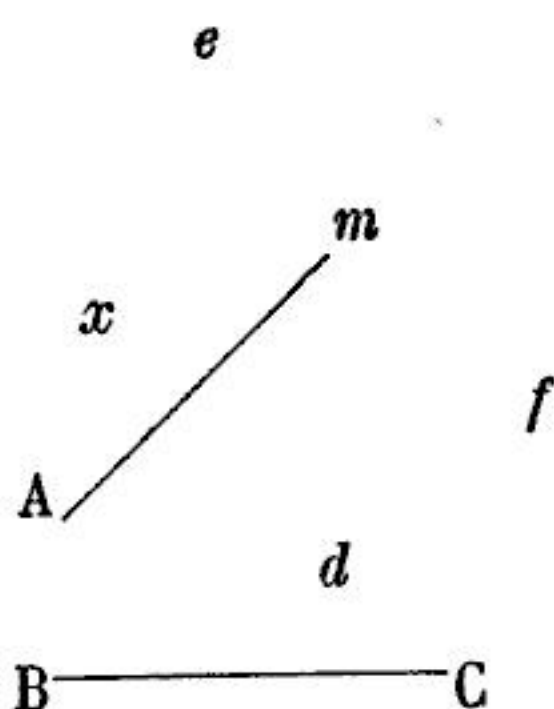
Da un punto dato tirare una linea retta uguale ad un'altra retta data.

Bagattelle di poco! per risolvere questo problema Euclide ebbe d' uopo di costruire due circoli, e tracciare quattro rette: leggi, benigno lettore, e impara.

Io invece questo problema lo risolvo come segue:

---

[1] *Data retta finita!* se è data, è anche finita.

Sia BC la data retta, ed A il punto dato: fatto centro in A e con il raggio Am uguale a BC descritto l'arco *dme*, e fatto centro in C, e con il raggio Cm = BC descritto l'arco *fmx*, la retta Am è la chiesta retta uguale a BC.

Il problema poi, come è annunciato nell'*Euclide*, è indeterminato, in quanto alla posizione, perchè per un punto dato si possono condurre infinite rette uguali ad una retta data.

Il 3.° è:

Date due linee rette disuguali dalla maggiore, tagliare una parte uguale alla minore.

Intorno a questo problema nulla vi rimarco. Torno però a ripetere, che è grave errore di metodo incominciare un trattato di geometria con tre problemi, e problemi di costruzione.

Gravissimo errore di metodo è il trattare delle figure trilatere, e loro proprietà, prima di aver trattato delle proprietà delle rette non chiudenti spazio; e poi abbandonare quelle per trattare di queste; sospendere di nuovo le proprietà delle rette per ritornare ai teoremi sui triangoli; poscia abbandonare questi per ritornare ad altri teoremi intorno alle rette non chiudenti spazio.

Questo metodo antilogico, se si sconviene ad un trattato scientifico, ad uso di quelli che hanno già elementarmente appresa la scienza;

si rende fatale per quelle vergini menti che studiano la geometria per lo sviluppo regolare delle loro facoltà intellettuali appena sbuccianti.

Singolare poi è il libro V.°, appunto perchè è il libro V.°, mentre, secondo il mio modo di vedere, dovea essere il libro IV.°, ed i libri VII.°, VIII.° e IX.° doveano essere I.°, II.° e III.°; o meglio, questi quattro libri doveano premettersi alla Geometria, perchè i primi tre trattano delle proprietà generali dei numeri, e l'altro della teoria generale delle grandezze proporzionali sotto i loro rapporti di uguaglianza, maggioranza e minoranza.

Questi quattro libri sono classici per le materie che comprendono, avuto riguardo all'epoca ond'ebbero vita; ma scompariscono, paragonati allo stato attuale della scienza.

Prendo ad esame il libro VI.°, e trovo per primo teorema:

I triangoli e i parallelogrammi che hanno la medesima altezza sono fra loro come le basi.

Questa proposizione, a parer mio, deve essere un corollario di una proposizione più generale, qual è:

Le aree di due triangoli e parallelogrammi stanno tra loro come le basi moltiplicate per le rispettive altezze.

Infatti è un principio logicamente vero che le proposizioni meno generali debbono succedersi come corollari delle proposizioni generali che le comprendono.

Difetto di metodo è pure in Euclide il con-

siderare i triangoli gli uni in relazione degli altri prima di aver parlato dei triangoli considerati in se stessi, e rapporto agli angoli, e rapporto ai lati.

Questi e simili sconci si trovano sovente in tutti i libri della Geometria di Euclide.

Dunque, per l'ordine delle materie, la Geometria di Euclide è antilogica; quindi non è da credersi *un buon modello* da proporsi per il retto sviluppo delle idee e perfezionamento intellettuale della gioventù.

Articolo II.

Intorno al modo di dimostrare i teoremi.

Incomincio dal libro I.°, proposizione 4.ª, teorema I.°.

Se due triangoli hanno due lati rispettivamente uguali a due lati, ed hanno uguale l'angolo contenuto dai lati uguali, avranno ancora la base eguale alla base, ed il triangolo sarà eguale al triangolo, e degli angoli saranno uguali l'uno all'altro quelli che sono opposti ai lati uguali.

Io non so comprendere questo modo di enunciare i teoremi; mi sembra, se non barbaro, certamente ambiguo.

Esamino la prima proposizione: *se due triangoli hanno due lati rispettivamente uguali a due lati:* e qui parmi di vedere due lati di due triangoli rispettivamente uguali a due lati di un

terzo triangolo; poscia dice: *ed hanno uguale l'angolo contenuto da lati uguali avranno ancora la base uguale alla base, ed il triangolo sarà uguale al triangolo, e degli altri angoli saranno uguali l'uno all'altro quelli che sono opposti ai lati uguali.*

Beato quegli che non trova confusione in questo modo di esprimere i teoremi!

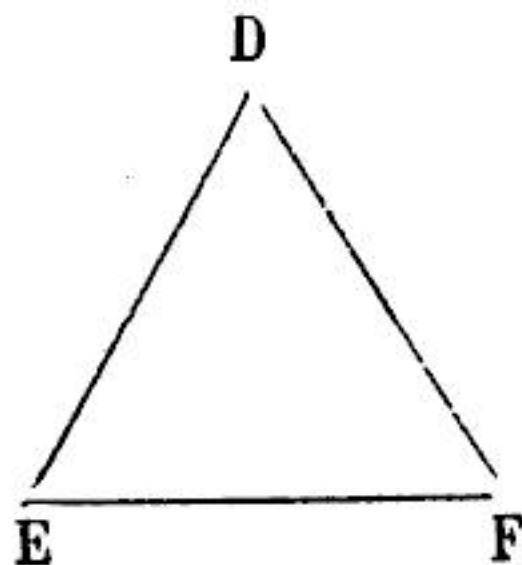
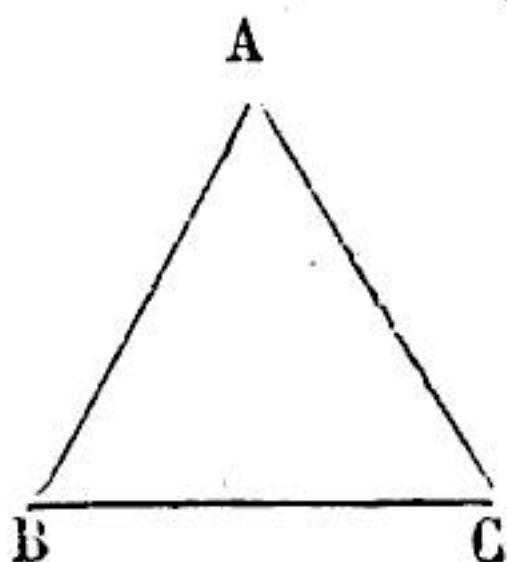
A me sembra che il detto teorema sarebbe annunciato con molto più chiarezza e precisione nel seguente modo:

Due triangoli si provano uguali se hanno due lati e l'angolo da essi compreso rispettivamente uguali.

Quindi, inferire da ciò che nei triangoli uguali *gli angoli uguali sono quelli opposti ai lati uguali.*

Anche la dimostrazione è difettosa inquantochè si trova ripetuto il teorema collo stabilire i due triangoli con gli elementi uguali.

Per convincere il lettore di questo difetto mi faccio un debito di riportare la dimostrazione per intero.

Siano due triangoli ABC, DEF, i quali abbiano due lati AB, AC uguali ai due lati DE,

DF l'uno all'altro, cioè il lato AB uguale a DE, ed il lato AC uguale a DF, e l'angolo BAC uguale all'angolo EDF. Dico ancora la base BC essere uguale alla base EF, ed il triangolo ABC uguale al triangolo DEF, e gli altri angoli uguali agli altri angoli, cioè l'angolo ABC all'angolo DEF, e l'angolo ACB all'angolo DFE ([1]).

Perciocchè, se si adatta il triangolo ABC sul triangolo DEF, posto il punto A sovra D, e la retta AB sovra DE, ancora il punto B si adatterà al punto E, per essere la AB uguale alla DE, e adattandosi la AB alla DE, eziandio la retta AC si adatterà alla DF, perchè l'angolo BAC è uguale all'angolo EDF. Onde ancora il punto C si adatterà ad F, perchè la linea retta AC è uguale alla linea retta DF. Ma eziandio il punto B sta sopra E. Adunque altresì la base BC si adatterà alla base EF, perciocchè, se, adattandosi il punto B al punto E, e C ad F, la base BC non si adattasse alla base EF, due linee rette chiuderebbero uno spazio, il che non è. Adunque la base BC si adatterà alla base EF e sarà uguale ad essa. Onde ancor tutto il triangolo ABC si adatterà a tutto il triangolo DEF e gli sarà eguale, e gli altri angoli si adatteranno agli altri angoli, e saranno eguali

---

([1]) Non scorgi, amico lettore, una prolissa ripetizione dell'enunciato del teorema, non avente altro scopo che di stancare la mente del giovane studioso, facendogli contrarre una tardità di ingegno, abituandolo ad una prolissità estrema?

ad essi, cioè l'angolo ABC all'angolo DEF, e l'angolo ACB all'angolo DFE. Adunque, ecc.

Io credo che basta avere fior di senno per convincersi del modo improprio con che Euclide o i suoi traduttori hanno dimostrato il proposto teorema.

Una sconnessione d'idee, ed una espressione di queste con linguaggio veramente singolare, ecco ciò che io scorgo nella dimostrazione di quel teorema.

Ebbene, uno mi dirà, come vorresti dimostrarlo con ragionamento più logico e con linguaggio più preciso?

Ascoltami, e decidi.

Fermo nell'enunciato del teorema, ragiono così:

Sieno infatti ABC, DEF i due triangoli, di cui lato AB = DE; lato AC = DF; ang. A = ang. D: sovrapposto triangolo ABC sul triangolo DEF in modo che il lato AB coincida con il suo uguale DE, ed in guisa che i punti A, B coincidano rispettivamente con i punti D, E; per essere ang. A = ang. D, AC debbe trovarsi sul lato DF, ed il punto C sovra F: coincidendo gli estremi B, C della base BC cogli estremi E, F della base EF, le due basi sono uguali e coincidenti; coincidendo così tutte le parti dell'un triangolo colle parti rispettive dell'altro, i due triangoli coincidono, formano cioè come un solo triangolo; e quindi i due triangoli sonosi dimostrati uguali.

Dall'essere poi AC sovra BF e BC sovra EF

e C sovra F, ang. C = ang. F; ed egualmente, per essere AB sovra DE e CB sovra FE, ang. B = ang. E.

Dunque, nei triangoli uguali, gli angoli uguali sono quelli opposti ai lati uguali.

Quale di queste due dimostrazioni sia la più chiara, e che proceda con più ordine ed esattezza d'idee, sta all'intelligente ed imparziale lettore darne giudizio.

Passo alla 5.ª proposizione del I.º libro, e leggo:

TEOREMA.

Gli angoli alla base del triangolo isoscele sono uguali fra loro, e se si prolungano i lati uguali, gli angoli sotto la base saranno ancora fra loro uguali.

Per poco che si rifletta all'enunciato di questo teorema, si crederà di trovar prima nell'Euclide la dimostrazione della prima, e poscia quella della seconda parte del teorema.

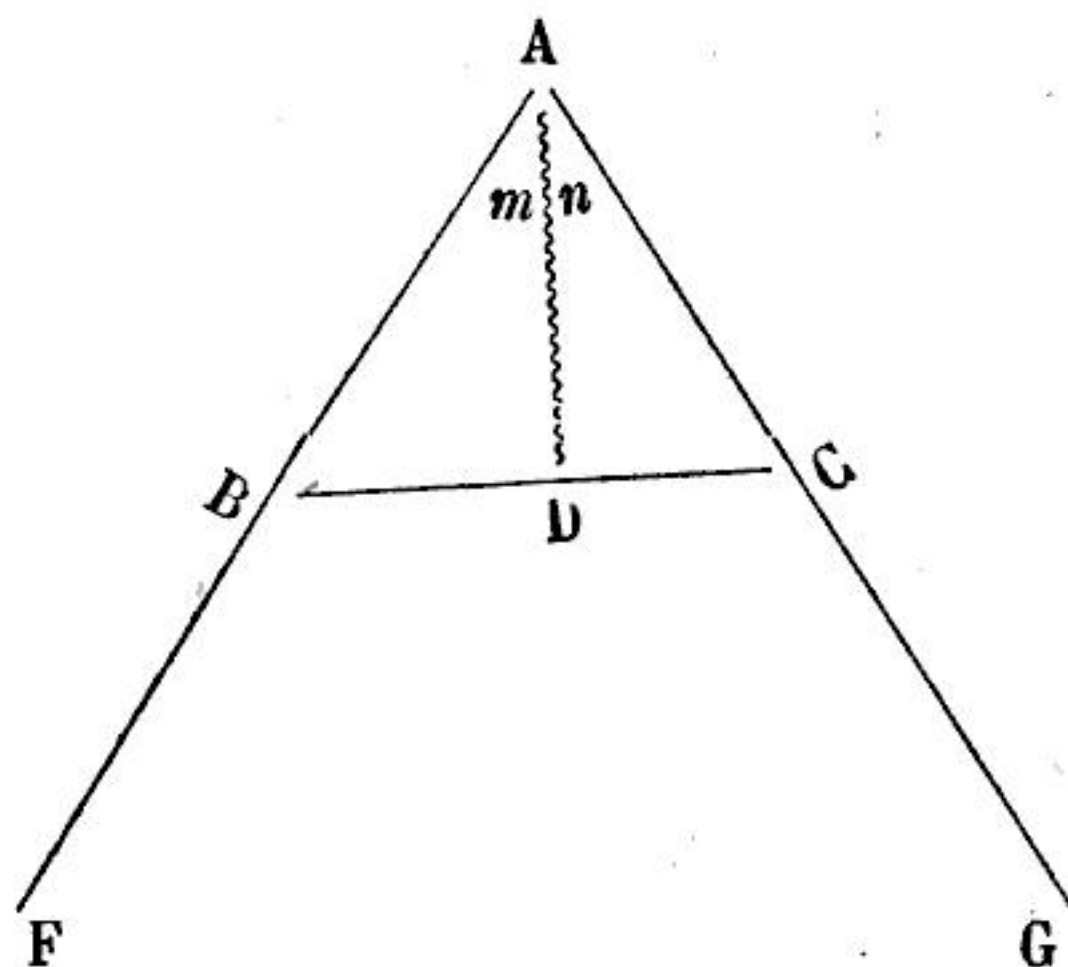
Tutt'altro: ti dimostra la seconda, e poi la prima; anzi ti fa discendere alla dimostrazione di questa quasi come un corollario di quella.

Quello poi che fa nausea e anche sdegno si è di avere egli impiegata una pagina ben piena per la dimostrazione di quel semplicissimo teorema. Ciò deriva per mancanza nell'Euclide di quello esatto legame di teorema a teorema, facendoli discendere così gli uni dagli altri, come se l'uno fosse corollario dell'altro dal primo fino all'ultimo teorema di geometria.

Un vero razionalista preferirà sempre alla dimostrazione dell'Euclide la seguente:

TEOREMA.

Gli angoli alla base del triangolo isoscele sono uguali fra loro, e se prolungansi i lati uguali, gli angoli sotto la base saranno ancora uguali.

Infatti sia ABC il triangolo isoscele, di cui lato AB=AC; condotta dal vertice A la perpendicolare AD sulla base BC, siccome la somma degli angoli di un triangolo è uguale a quella degli angoli d'un altro triangolo, perciò avremo:

$B + m + 90^0 = C + n + 90^0$; quindi $B + m = C + n$; ma per essere lato AB = lato AC, dessi declinano ugualmente dalla perpendicolare AD; dunque ang. $m =$ ang. n. Dunque $B = C$; lo che dimostra la verità della prima parte del nostro teorema.

Per dimostrare la seconda parte, si prolunga arbitrariamente AB, per esempio, fino in F; e AC fino in G; e così avremo due coppie di angoli adiacenti; CBA, FBC; BCA, BCG; e siccome la somma di due angoli adiacenti è uguale

a due retti, dunque CBA + FBC = BCA + BCG; ma precedentemente abbiamo dimostrato ang. CBA = ang. BCA; dunque ang. FBC = ang. BCG, che è quanto si voleva dimostrare a compimento del proposto teorema.

A chi non preferisce questo modo di ragionare a quello di Euclide, io gli dirò, con tutto il coraggio civile che mi ritrovo: o che questi è privo affatto di buon senso; o che per un puntiglio, o smodato orgoglio vorrebbe sostenere l'inesatto contro il vero e diretto modo di ragionare.

Io sono intimamente convinto che quel grande, che Euclide si nomina, se vivesse ai tempi nostri, farebbe un trattato di geometria tutto opposto, sia nell'ordine, sia nel modo di dimostrare i teoremi, di quello che ci lasciò vergato qualche tempo prima dell'èra volgare.

Per me la Geometria di Euclide ha cessato di vivere, se non prima, dopo *la scoperta magna* del sommo Descartes, *l'applicazione dell'algebra alla geometria.*

Io sono certo che tutti quei cultori delle scienze esatte, dotati di quella sana logica che non mai si disgiunge dalla cognizione profonda di tali scienze, vorranno meco convenire in riguardo a ciò che precedentemente ho esposto e dimostrato.

Proseguo a leggere il libro primo di Euclide, ed altri riprovevolissimi sconci mi si parano innanzi.

Passo alla proposizione 13.ª, e leggo:

TEOREMA.

Quando una linea retta, stando sovra un'altra retta, fa due angoli, o questi sono ambedue retti, o la loro somma è uguale a due retti.

La prima parte di questo teorema, essendo evidente per se stessa, non può far parte di un teorema, che è una proposizione da dimostrarsi; è evidente per se stessa anche per l'Euclide, siccome si legge nella definizione 10.ª del libro I.°.

Quando una linea retta, stando sovra un'altra retta (1), *fa gli angoli conseguenti fra loro uguali, questi sono ambedue retti, la prima retta si chiama* perpendicolare *all'altra.*

Dunque è vero che quel teorema è difettoso nel suo enunciato; quindi la dimostrazione è pure difettosa.

Quel teorema deve enunciarsi così:

Un'obliqua che fa due angoli con una retta, la somma di questi due angoli è uguale a due retti.

Passo alla proposizione 16.ª, e leggo:

TEOREMA.

Se si prolunga un lato di un triangolo, l'angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni opposti.

Qui Euclide ha fatto teorema un corollario immediato d'un altro corollario; e impiega una

---

(1) La frase: *una linea retta* sta sopra ad *un'altra retta,* mi appaga poco.

pagina per dimostrarlo; ed è obbligato richiamare, per la dimostrazione, ben cinque proposizioni.

Che l'angolo esterno in un triangolo è maggiore di ciascuno degli angoli interni opposti sia corollario immediato del corollario: *l'angolo esterno in un triangolo è uguale alla somma dei due angoli interni opposti*, ognuno lo sa, ed ognuno conosce la semplicità di questa dimostrazione, riducendosi ad un puro sillogismo (1).

Passo alla proposizione 17.ª, e leggo:

TEOREMA.

Due angoli di un triangolo, presi in qualunque modo, danno una somma minore di due retti.

Vedi, vedi: *due angoli presi in qualunque modo!* e che gli angoli si possono prendere per diritto e per rovescio? Per avere introdotto una proposizione superflua, ha reso il teorema difettoso nel suo enunciato.

Quella proposizione dovea annunciarsi così:

Due qualunque dei tre angoli di un triangolo danno una somma minore di due retti.

---

(1) Se qui qualche cieco adoratore della Geometria di Euclide mi volesse far credere che quel sommo geometra ne volle fare di quella proposizione un teorema, e che il lungo ragionamento *ritorto* che egli fa è a vantaggio dello sviluppo intellettuale dell'allievo, io gli ricorderò che è un principio logico, sanzionato da tutti i filosofi, *che debbesi cercare di ottenere il più possibile col meno possibile*, e gli soggiungerò eziandio che le dimostrazioni di Euclide pongono a tortura più la memoria che l'intelletto giovanile.

Credi poi, benigno lettore, che io volessi essere tanto indulgente verso Euclide di accettare quella proposizione per un teorema? no, certo; ella è un corollario immediato del teorema:

La somma dei tre angoli di un triangolo è uguale a due retti.

Qui poi ti faccio riflettere che nella proposizione 32.ª dimostra che *l'angolo esterno in un triangolo è uguale alla somma degli angoli interni opposti; e che la somma dei tre angoli interni è uguale a due retti.*

Paragona questo teorema con i così detti teoremi XVI.° e XVII.°, e sostienmi, se puoi, che Euclide non ha moltiplicato enti senza necessità, lo che è grave difetto.

Gli stessi difetti più o meno si ravvisano negli altri libri.

Dunque mi è forza concludere che la Geometria di Euclide, sia per l'enunciato, sia per il modo di dimostrare i teoremi, sia per la disposizione delle materie, sta troppo al di sotto della geometria moderna; lo che non mi arreca punto stupore, nel riflesso che le scienze progrediscono nella diretta ragione dei tempi, a meno che, proprio, la Geometria di Euclide non voglia credersi *un libro ispirato come quello di Mosè.*

Chiudo questo secondo articolo, concludendo che: la Geometria di Euclide è un pessimo testo per le scuole; e un professore che intendesse farne uso per lo insegnamento, oso dire che

egli mi darebbe prova di aver perduto *il ben dell' intelletto.*

Io confesso il vero che, quando mi si obbligasse ad adottare l'*Euclide*, per scrupolo di coscienza rinuncerei al magistero: vedi adunque, intelligente lettore, quanto sia in me radicata la persuasione che la Geometria di Euclide è un pessimo libro per le scuole.

Io richiamo l'attenzione dei cultori delle scienze esatte nel paragonare la Francia all'Inghilterra; e scorgeranno che quella nazione, per avere obliato da qualche secolo la Geometria di Euclide, conta un numero di dotti matematici molto maggiore di quello che può contare l'Inghilterra, che ha voluto fin qui conservare per testo la Geometria di Euclide in tutte le università del regno; meraviglia! perchè il criterio inglese è per natura molto più matematico del francese: vedi adunque a quali conseguenze conduce l'adottare un metodo piuttosto che un altro!!

Io sono convinto che, se in Italia si persistesse ad adottare Euclide, fra sei lustri, questa nostra nazione non conterebbe neppure un matematico.

Articolo III.

Rapporto della Geometria di Euclide allo stato attuale della scienza.

La geometria, essendo una parte essenziale della matematica, deve con questa armonizzare, come vi debbono concordare le altre parti;

quindi si rende necessario che queste parti concordino tra loro; ed appunto per questo meraviglioso legame che regna in tutta la matematica, e sue parti, si è detta questa, per antonomasia, *scienza per eccellenza.*

Dunque è necessario che l'aritmetica sia la base dell'algebra, e, se fosse possibile, questa, base di quella; poscia queste prime due parti legate fra loro debbono costituire la base della geometria. Così queste tre parti, combinate a due a due, o a tre a tre, formano la base dell'analisi algebrica e geometrica; ossia dell'*introduzione al calcolo sublime;* così via via, finchè si forma la base delle matematiche miste. Dopo ciò, sorge rigoglioso l'albero matematico coi suoi simmetrici rami strettamente legati al suo tronco.

La Geometria di Euclide è dissociata sì dall'aritmetica che dall'algebra (1); quindi anche

---

(1) A tempo di Euclide, dell'algebra se ne avevano appena le prime traccie; ed ecco perchè quel sommo geometra, con troppi giri di parole, e per lo più con prove indirette, ci ha trasmessi i suoi teoremi. Se, all'epoca di Euclide, l'algebra si fosse trovata, non dirò come attualmente, ma anche come all'epoca di Diofanto, che vivea nel IV.° secolo dell'èra nostra, l'Euclide ci avrebbe trasmesso una geometria molto migliore di quella che noi possediamo. Mancando a quel geometra il potentissimo appoggio, qual è l'algebra, se egli fu l'autore della maggior parte dei teoremi e analoghe dimostrazioni che si leggono nella sua opera, malgrado tutti gli sconci che ho marcato di sopra, niuno potrà negare ad Euclide il titolo di sommo geometra dell'antichità; e come tale è degno dell'alta stima dei dotti.

per questa parte ella è difettosissima, perchè sciolta da quel vincolo tanto necessario che abbiamo sovra enunciato.

Considerata però in se stessa, qualunque sieno i difetti che in essa si scorgono, conviene ben dire ch'ella è un lavoro portentoso; e che se fosse stato parto di un solo ingegno, sarebbe d'uopo conchiudere che questo ingegno fu sovrumano; ma la Geometria, che porta il nome di Euclide, abbiamo ragione per credere che dessa debba tutta al genio di Euclide attribuirsi? a me sembra che no.

Pitagora, che vivea sei secoli prima della nuova êra, e che visse in conseguenza molto tempo innanzi Euclide, dovea avere molte cognizioni in geometria, siccome vienci dimostrato dal suo famoso teorema sul triangolo rettangolo; e anche perchè la storia ci ricorda che egli insegnò a Samo la geometria. Qualunque si voglia credere lo stato in cui si trovava la geometria ai tempi di Pitagora, l'eguaglianza dei triangoli, e la equivalenza delle aree di questi coi rettangoli, esistevano pure. L'aritmetica si trovava eziandio a buon porto.

Anche Platone sembra che sia vissuto prima di Euclide; e nondimeno la storia ci ricorda che questo sommo s'interessò del problema sulla duplicazione del cubo, delle sezioni coniche e dei luoghi geometrici. La geometria adunque, a tempo di Platone, che nacque 430 anni prima dell'êra volgare, non dovea essere tanto sterile quanto si potrebbe credere; e che sia così, basta

ricordare che quel sommo filosofo fece scrivere sulla porta dell'Accademia:

Nessuno qui entri che non sia geometra.

Dunque, se l'unica geometria trasmessa a noi è quella di Euclide, dobbiamo credere però che i teoremi che la compongono rimontino ad un'epoca molto più remota del greco geometra, se non in tutto, almeno nella massima parte.

Dunque Euclide non è, nè poteva essere l'inventore di tutto ciò che contiene la sua opera.

Il pregio grande di Euclide è *di aver migliorato i metodi dei suoi predecessori, e di aver formato un complesso scientifico, dimostrato con raziocinio più severo e con una connessione più esatta relativamente appunto ai suoi antecessori.*

La Geometria di Euclide, paragonata allo stato attuale delle scienze matematiche, trovasi del tutto incompatibile; poichè questa Geometria, dimostrata senza alcun legame con l'algebra, lascia un immenso vuoto fra essa e l'analisi geometrica, sia senza coordinate, che colle coordinate; quindi i giovani, che alla facoltà matematica s'iniziano, incontrano grave ostacolo, allorchè dallo studio della Geometria di Euclide passano all'analisi geometrica.

Qui da taluni mi si risponde: *pazzo che sei! la Geometria di Euclide appunto perchè vive a se stessa e di se stessa è un prezioso tesoro per lo sviluppo intellettuale della gioventù! se le sue dimostrazioni le avvicini all'aritmetica e all'algebra le rendi difettose e servili, e ti direi anche materiali.*

Rispetta adunque e applaudisci il metodo dimostrativo di Euclide, e non ti faccia scrupolo se egli fu costretto di fare continuo uso del ragionamento indiretto, benchè questo non sempre si accordi (1) *colla maggiore semplicità delle dimostrazioni, perchè queste non sono che lievi mende, e vedrai tosto come si susciterà nei nostri giovani il gusto delle nozioni nettamente dimostrate e l'abitudine nel rigore del raziocinio.*

In quanto al primo periodo, che, cioè, la geometria, per essere un prezioso tipo di sviluppo ideologico per le giovani menti, ha d'uopo essere dall'aritmetica e algebra divisa, io dirò che la così detta *geometria analitica*, o *applicazione dell'algebra alla geometria* non avrebbe il sommo pregio attribuitole da tutti i matematici e filosofi, di essere una perfetta filosofia pratica, perchè in questo prezioso ramo sono l'algebra e la geometria così innestate, e dipendenti tra loro, che la figura geometrica esiste per la sua formola algebrica che la rappresenta, e così viceversa.

Se una buona scienza per lo sviluppo intellettuale non è la geometria analitica, non lo sono pure l'*analisi infinitesimale*, la *geodesia*, la *meccanica razionale*, la *nautica* e l'*astronomia*, perchè in tutti questi sublimi rami troviamo sempre algebra e geometria combinate insieme.

---

(1) Sono parole queste pronunciate dai sostenitori dell'*Euclide*.

Dopo ciò, mi sento avvalorato di rimanere fermo nel mio pensiero: che quanto più le scienze affini si avvicinano tra loro, tanto più si perfezionano; e quanto più sono perfette, e tanto è maggiore il guadagno che le facoltà intellettuali ne traggono dal loro studio.

La fisica, finchè non avvocò a sè la geometria ed il calcolo, non era che un informe accozzamento di osservazioni ed esperienze.

La fisica e la chimica legate fra loro sonosi perfezionate; ed i ragionamenti atti a spiegare i loro fenomeni sonosi così di molto migliorati.

Egualmente, rese le dimostrazioni geometriche dipendenti dall'algebra, si giunge allo scopo con metodi semplici, facili e diretti; quindi molto più logici di quelli di Euclide.

Riguardo al secondo periodo, che, cioè, *non deve badarsi all'Euclide, inquantochè nelle sue dimostrazioni procede con metodi continuamente indiretti,* ricorderò che la logica c'insegna che *i metodi indiretti sono viziosissimi, perchè procedono con ordine opposto al lavorìo che fa la nostra mente per iscoprire, e dimostrare la verità:* dessi poco persuadono, e difficilmente si ritengono a memoria, appunto perchè sono indiretti.

Se dunque gli stessi sostenitori di Euclide confessano che *i suoi ragionamenti sono indiretti,* segue che essi, senza volerlo, ci vengono a dire che l'*Euclide* cade, nelle sue dimostrazioni, nel grave difetto dell'*indirettismo;* metodo fatale per lo sviluppo intellettuale delle giovani menti.

Dunque l'*Euclide*, anche per questa parte, non è un *buon libro* per le scuole classiche.

Ritornando poi allo scopo precipuo di questo terzo articolo, dico che la Geometria di Euclide è molto lungi dallo stato attuale della scienza, e vi si allontana appunto perchè l' Euclide non potè, nelle sue dimostrazioni, chiamare in soccorso l'algebra, siccome, nella sua epoca, di questo prezioso e meraviglioso ramo appena se ne conoscevano le traccie.

Per lo stesso motivo la Geometria di Euclide dissenta dalle esigenze attuali della scienza, in quanto che coi suoi metodi non si potrebbero risolvere tanti problemi generali proficui per lo sviluppo intellettuale, ed indispensabili per quei giovani che alla facoltà matematica si dirigono.

In seguito allo sviluppo da me fatto intorno ai tre punti di vista sotto i quali io ho preso a considerare la Geometria di Euclide, sembrami avere buone ragioni per credere, che, per ordine ministeriale, l'*Euclide* sarà bandito dalle scuole; e non si vedrà più nelle mani dei giovani; ma nei soli scaffali dei dotti, come un monumento di antica sapienza; e non come *un libro di geometria ispirato, adottabile per tutti i tempi;* lo che, a dir vero, non è che una vera follia.

Prima di porre termine a questo opuscolo, toccherò di volo, ed in modo generale, le geometrie moderne scritte per uso delle scuole.

Le geometrie scritte per uso delle scuole, alcune peccano per eccesso di materia, e altre

per difetto: i teoremi non sono con precisione pronunciati; il linguaggio nelle dimostrazioni piuttosto volgare che scientifico; la disposizione delle materie difettosa, e accostandosi per questa parte a quella di Euclide.

Anche nella mia geometria, benchè io abbia fatto uno studio particolare per rispondere all'esattezza degli enunciati dei teoremi; e alla regolare disposizione delle materie, pure ci si scorgono dei difetti:

1.° La mia geometria è incompleta, specialmente nella sezione *volumi* o *solidi.*

2.° In qualche dimostrazione sono stato troppo conciso, quindi oscuro, ad onta che i miei critici abbiano detto che la mia opera è in generale dotata di molta chiarezza, e che non pute di pedanteria.

Così l'illustre conte Terenzio Mamiani, onore dell'Italia nostra, come ministro, esternò il seguente giudizio:

Nelle vostre Lezioni di aritmetica, algebra e geometria *vi scorgo:* ordine, chiarezza *e* concisione.

Io spero che questo Opuscolo avrà raggiunto lo scopo al quale io l'ho destinato, cioè di torre dallo insegnamento classico la Geometria di Euclide; e di conservare intatta la fama dei due illustri matematici, che per un semplice malinteso testè la riprodussero.